

É R T E K E Z É S E K
A M A T H E M A T I K A I T U D O M Á N Y O K K Ö R É B Ő L.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA,

A III. OSZTÁLY RENDELETÉBŐL

SZERKESZTI

SZABÓ JÓZSEF

OSZTÁLYTITKÁR.

IX. KÖTET. II. SZÁM. 1882.

A Z Ó - G Y A L L A I C S I L L A G V I Z S G Á L Ó

FÖLDRAJZI SZÉLESSÉGE.

IRTA

D^r. LAKITS FERENCZ.

(Beterjesztette a III. osztály ülésén 1881. decz. 12. Kpnkoly M.)

— Ára 10 kr. —

BUDAPEST, 1882.

A M. TUD. AKADÉMIA KÖNYVKIADÓ-HIVATALA.

(Az Akadémia épületében.)



Eddig külön megjelent

É R T E K E Z É S E K

a matematikai tudományok köréből.

E l s ő k ö t e t .

- I. Szily Kálmán. A mechanikai hő-elmélet egyenleteinek általános alakjáról. Székfoglaló. 10 kr.
- II. Hunyady Jenő. A pólus és a polárok. A viszonyos polárok elve 20 kr.
- III. Vész János A. Biztosítási kölcsön (új életbiztosítási nem) 20 kr.
- IV. Kruspér István. A Schwerdt-féle Comparator módosított alkalmazása 10 kr.
- V. Vész János A. Legrövidebb távolok a körkúpon. Székfoglaló. 10 kr.
- VI. Tóth Ágoston. Az európai nemzetközi fokmérés és a körébe tartozó goedaetai munkálatok 20 kr.
- VII. Kruspér István. A párisi meter-prototyp 10 kr.
- VIII. König Gyula. Az elliptikai függvények alkalmazásáról a magasabb fokú egyenletek elméletére 20 kr.
- IX. Murmann Ágost. Európa bolygó elemei, annak tíz első észlelt szembenállása szerint 20 kr.
- X. Szily Kálmán. A Hamilton-féle elv és a mechanikai hő-elmélet második fő tétele 10 kr.
- XI. Tóth Ágoston. A földképkészítés jelen állása, a mint az képviselv. volt az antwerpeni kiállításon. Két táblával 20 kr.

M á s o d i k k ö t e t .

- I. Murmann Ágost. Freia bolygó feletti értekezés 30 kr.
- II. Kruspér István. A comparatorokról 10 kr.
- III. Kruspér István. A vonásos hosszsmértékek összehasonlítása folyadékokban 10 kr.
- IV. Feszt V. A közlekedési művek és vonalak 20 kr.
- V. Murman A. Az 1861. nagy üstökös pályájának meghatározása 20 kr.
- VI. Kruspér J. A párisi levéltári méter-rúd 10 kr.

H a r m a d i k k ö t e t .

- I. Vész János Ármin. Adalék a visszafutó sorok elméletéhez. 10 kr.
- II. Konkoly Miklós. Az ó-gyallai csillagda leírása s abban történt napfoltok észlelése néhány spectroscopicus észlelés töredékeivel. 1872. és 1873. Három táblával. 40 kr.
- III. Kondor Gusztáv. Emlékbeszéd Herschel János k. tag fölött 10 kr.
- IV. B. Eötvös Loránd. A rezgések intenzitása, tekintettel a rezgés. forrásnak és az észlelőnek mozgására 10 kr.
- V. Réthy Mór. A Diffraction elméletéhez 12 kr.
- VI. Martin Lajos. Az erömütáni csavarfelületek. — A vízszintes szélkerék elmélete. Két értekezés 1 fnt
- VII. Réthy Mór. A kerületre redukálható felület-egészletek elméletéhez 15 kr.
- VIII. Galgóczy Károly. Emlékbeszéd Vallas Antal k tag felett. 10 kr.

ÉRTEKEZÉSEK

A MATEMATIKAI TUDOMÁNYOK KÖRÉBŐL.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

A III. OSZTÁLY RENDELETÉBŐL.

SZERKESZTI

SZABÓ JÓZSEF

OSZTÁLYTITKÁR.

Az ó-gyallai csillagvizsgáló földrajzi szélessége.

Dr. Lakits Ferencz.

(Beterjesztette a III. osztály ülésén 1881. decz. 12. Konkoly M.)

Az elmúlt nyár végén Konkoly Miklós ur szíveségéből az ó-gyallai csillagászati intézetében felállított kisebb Starke-féle déllőkör állott rendelkezésemre, melylyel egyéb észleletek mellett a sarkcsillagnak — α Ursae minoris — zenittávoait mértem, hogy belőlök a csillagvizsgáló földrajzi szélességét határozzam meg. A »Berliner Jahrbuch« ugyan ad egy földrajzi helyet — hosszaság Berlintől számítva — $0^h 19^m 10^s 69$, szélesség $+ 47^{\circ} 52' 43'' 4$ — ez azonban nem annyira pontos adat, mint a milyent hazánk ez egyetlen activ és a külföld előtt is versenyképes csillagvizsgálójától megkivánhatunk. Azonfelül az adat tulajdonkép a régibb observatorium helyére vonatkozik, mely a délkörnek jelen felállításától kb. 77.0 meternyire délfelé esik. Így hát a jelzett munka kivitele nem látszott fölöslegesnek, annival kevésbbé, mivel nálunk még nagyon kevés pontnak határozottatott meg, elegendő pontossággal, földrajzi fekvése. Ez észleleteket és azok eredményeit bátorodom tehát a jelen értekezésben a t. Akadémiának bemutatni és úgy az észlelési módról, mint a műszerről némit szólni és egyszersmind egy pontban az ily tört távcsövű eszközök elméletéhez hozzájárulni.

Bőven az eszközről szólni annival kevesbbé szükséges, minthogy az ily műszerek is Konkolynak sajtó alatt levő nagy munkájában — »Anleitung zur Anstellung astronomischer

Beobachtungen etc.« — behatóan tárgyaltnak. Megemlítem tehát csak azt, hogy a műszer egy tört, $64 \frac{m}{m}$ lencsével ellátott távcsőből és egy $486 \frac{m}{m}$ átmérőjű ezüstre osztott körből áll, mely közvetlen $5'—5'$ -re osztott; a finomabb leolvasásra 4 mikroszkop van. Azonkívül a nadirpont meghatározására a forgási tengely síkjában és a távcső alatt egy higanyhorizont áll. Az észlelések folyamában a déllő síkjában, de a forgási tengelytől éjszakra, egy másik higanyhorizontot állítottam fel, hogy a Gauss által ajánlott módon (Bestimmung des Breitenunterschiedes zwischen den Sternwarten von Göttingen und Altona) a sarkcsillagnak direct és reflectált képét észlelhessem. Ez azonban csak a felső tetőzéseknél sikerült, melyek az észlelés tartama alatt éjjel történtek; az alsó és nappal beállott tetőzéseknél mégis gyengének bizonyult a távcső optikai ereje arra nézve, hogy a reflectált képet megláthassam. Tudvalevőleg az eszköz eltéréseinek a meridiántól az ilyenmű észleletekre csak annyiban van befolyása, hogy a közép fonalon való beállítás ideje nem esik össze a csillag tetőzési idejével; ha tehát az oldalfonalokon történt beállításokat a valódi déllői magasságra akarjuk redukálni, az óraszöveget szintén a tetőzési időtől kell számítani, mely természetesen az eszköz hibái miatt nem fog ugyanaz lenni mint a középfonalon és oldalfonalon tett beállítások időinek különbsége. Szükséges volt ennél fogva a beállítások valóságos csillagidejét ismerni. E végre ugy az órajavitásnak mint a műszer állandóinak kipuhatolására és esetleges változásainak megismerésére augusztus elsejétől egész az észleleteknek Ó-Gyáláról való távozásom miatt október elején történt bezárásaig, nagyszámu időmeghatározásokat tettem és pedig lehetőleg α Ursae minoris felső tetőzéseivel kötöttem néhány aequatorialis csillag átmenetét össze és aztán a Gauss-féle képlettel redukáltam.*)

*) Megjegyzem itt, hogy az ezen képletben előforduló C állandót, melynek közelítő és rendesen eléggé pontos értéke: $C = \left[(\alpha' - l') - (\alpha'' - l'') \right] \lg \frac{p}{2}$ a szokott jelölésben, szigorúan következő egyszerű alakban származtattam

$$le: C = \frac{2 \left[(\alpha' - l') - (\alpha'' - l'') - c \left(\lg \frac{p'}{2} - \lg \frac{p''}{2} \right) \right]'}{\cotg p' - \cotg p''}$$

Az esetre, ha az

A forgási tengely hajlását egy igen finom libellával többször határoztam meg minden éjjel, az asimut az időmeghatározásnál ismert módon számíttatott.

A collimatio hibát collimator hiányában és mert a műszernek α Ur. min. tetőzése alatti megfordítása a zenittávolsoknak pontos leolvasása miatt eszközölhető nem volt, az Argelander által (Astronomische Beobachtungen I. Bd. p. V.) ajánlott módon határoztam meg a fonálkeresztnek a nadirban felállított higanyhorizontban való reflectálása által. Minthogy azonban az ezen eljárásnál alkalmaztatni szokott képlet egyenes távcsövekre szól és a tört távcsöveknél a kettős reflectálás miatt némi eltérés van, melyre még eddig sehol utalást nem találtam, azért erre bővebben térek ki.

A collimatio-hibát úgy definiáljuk, hogy ez azon kis szög, melylyel a látóiránynak vagyis a távcső optikai tengelyének a forgási tengelyhez való hajlása 90° -tól eltér; jelét Gaussnak azon szabálya adja, hogy a déllő műszerek hibái — hajlás, asimut és collimatio — mind positivek, ha azok befolyását az észlelt és az óra-állás miatt javított átmeneti időhöz hozzá kell adnunk, hogy a valódi egyenes emelkedést nyerjük. Tört távcsőnél a látóiránynak egy része a forgási tengelybe esik, másik az optikaiba; itt természetszerűleg a collimatio-hiba azon kis szög lesz, melylyel a reflectáló prisma hypotenusa-sikjának a forgási tengelylyel képezett szöge a 45° -tól eltér, jelre természetesen Gauss szabálya ezen távcsöveknél is érvényes. Ha már most a műszer egészen hibanélküli volna, az említett szög tehát 45° -nyi és a forgási tengely vízszintes, akkor az okulárból a higany-felszínbe eső sugarak önmagokba veretnének vissza, vagyis az okulárból megvilágított fonalhálózat direct és reflectált képe összeesnék. De egyrészt azon körülmény, hogy a forgási tengely nem áll vízszintesen és a tengelyvégek sugarai sem

észlelt csillagok közt nincs a sarkhoz közel eső, hanem csak aequatorialis

és zenit-csillagok, C -t így fejezhetjük ki: $C = \frac{1}{2} \left[(\alpha' - l') - (\alpha'' - l'') \right]$

$\operatorname{tg} (90 - \varphi) - \frac{1}{2} c \operatorname{tg} \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right) \operatorname{tg} (90 - \varphi)$, mely képlet azért czél-

szerű, mert a goniometrikus szorzók egy ugyanazon helyre minden csillagra nézve ugyanazok.

említett Gauss-féle szabályban találja indokolását, minthogy c annak értelmében positiv, ha a tükröző sík a forgási tengellyel az objectiv felé számítva — 45° -nál kisebb szöget képez, minthogy pedig ez esetben a csillag kelleténél korábban jó a középfonalhoz, a körvégnék positiv emelkedése pedig azt eredményezi, hogy a csillag később jó a távcső meridiánjába, semmint ténylegesen tetőzik, tehát e két mennyiségnek ellenkező jellel kellett vétetnie. — Másrészt pedig azon elemi tételről fogva, hogy a sugár a tükrözési szögének kétszeresével térítetik el, mi pedig a sugárnak csak i -vel való eltérését akarjuk a tükrözésre átvinni, azért ezt még $\frac{1}{2}$ -del kellett szorozni. Ennélfogva most csak azon összefüggést kell keresnünk, mely a j szög és az említett d szög közt fennáll. Ezt pedig könnyen nyerjük: $sCq\Delta$ -ben

$$d + 135^\circ - j + j' = 180^\circ$$

$qC'o''\Delta$ -ben pedig az o'' -nél lévő szög egyenlő $4j$, a C' -nél levő $= 135^\circ - 2j$; tehát

$$j' = 45^\circ - 2j \text{ és így } d = 4j = 4(c - \frac{1}{2}i)$$

Ha tehát a libellával i -t mértük és a távcső oculárjába micrometer csavart helyezhetünk el, melylyel d szöget mérhetjük, c -t is meghatározhatjuk. Ha pedig micrometer csavar nem alkalmazható — mint ez az ó-gyallai délkörnél nem lehetséges — akkor a forgási tengely correctio csavarjaival vagy az alap csavarok közül azzal, mely az első vertikálisba esik, addig változtathatjuk a forgási tengely hajlását a vízszinteshez, míg $d=0$ lesz, ez esetben $c=\frac{1}{2}i$, vagyis a collimatio hiba a tengelyvégek egyenlőtlensége miatt javított hajlás fele. A hajlás ezen javítását a szokott módon a műszernek mindkét helyzetben való libellálása által nyerjük. Így határozottatott meg az ó-gyallai délkörre nézve a libellának az eszköz mindkét helyzetében tett $8''-8''$ leolvasása által c értéke, és elég szép megegyezéssel kör nyugatnál $= -0.497$, körkeletnél $= +0.449$, közép értéken tehát ∓ 0.473 -nak találtatott. A körvégek egyenlőtlensége $= -1''.889$ volt tehát a hajlások correctiója $+0.94' = +0.06$.

Ez állandók ismereténél azonban a jelen célra még fontosabb volt a magassági méréseknél tekintetbe jövőket ismerni. — Természetes tehát, hogy mindenek előtt a kör 0 pont-

ját kellett minden észleletnél pontosan ismerni, mert a mérendő zenittávolság pontosága első sorban épen ilyen szigorúan ismert fixpont meghatározásának pontosságától függött. Mint-hogy, mint említettem, a távcső nadirjában állandóan higany-horizont van és a szükséges ocular-lencse is meg van, azért fixpont gyanánt minden észlelés alkalmával legalább kétszer határoztam meg a nadirpontot, a szokott módon. Controlúl még minden beállításkor a microscoptartó libelláját olvastam le; minthogy azonban ez nem igen érzékeny, és régibb vízmérleg, adatait csak az esetben vettem tekintetbe és interpoláltam velők a nadirt a beállítás idejére, ha ez netán az észlelés alatt nagyobb változást mutatott volna.

Ugy a nadirpont meghatározásánál mint a sarkcsillag beállításainál mind a négy microscop olvastatott le. Minthogy természetesen ezek adatainak van legnagyobb befolyása a mérendő zenittávolságokra, azért az eredmény pontossága nagy részben épen a microscopok jóságától és azok csavarmenteinek értékétől függ. És itt sajnálattal kell megemlítenem, hogy a micrometer csavarok nem azon mértékben jók, a mint finomabb észleleteknél szükséges volna. Ugy látszik, a gyakoribb használat megártott nekik. Mert bár még ez év április havában $5-5^0$ -nál történt mérések által meghatározott közép értékei a csavarmenteknek nem mutatnak a jelen észleletsor alatt tett meghatározásoktól nagyobb eltéréseket, mint a milyeneket ilyen hosszabb időközben már csak a temperaturaváltozás miatt várni lehetett, mégis úgy tapasztaltam, hogy nagyobb periodicus hibák és holtmenetek vannak, melyek azonban rendetlenségöknél fogva a Bessel által javasolt meghatározásukat illusoricusokká tették volna. Ennélfogva nem is használtam állandó értékeket, hanem a mennyire lehetett, minden észlelésnél — szokásom lévén ugyanis a körosztályzatnak a microscop látterében feltűnő mindkét vonalát beállítani — magokból az észlelési adatokból származtattam le a reductionál használandó csavarmenti értékeket. Hogy különben ezzel az elérni szándékolt pontosság: $0''1$ nem alteráltatott, onnan tűnik ki, hogyha valamennyi használt értéket egyesítve a valószínű hibát számítjuk, ez sehol sem éri el ezen értéket, mert 40 meghatározás az egy csavarment értékét a 4 mikrometernél következőkép szolgáltatja:

$$u_3 = 59.220 \pm 0.0319$$

$$u_2 = 60.273 \pm 0.0262$$

$$u_4 = 61.245 \pm 0.0251$$

$$u_1 = 59.628 \pm 0.0307$$

Még egy tényező folyt be, melyet szintén közvetlen nem lehetett meghatároznom, de melynek — legalább részben úgy hiszem — befolyását kisebbíthettem a követett eljárással. Nem lévén ugyanis a körön mozogható microscop alkalmazható, a kör-osztályzat osztási hibáit sem lehetett meghatároznom. De hogy legalább ne egy osztási vonal egész hibája folyjon be az eredményre, (bár mint másnemű észleletekből és majdnem az egész körön eloszlott fundamental csillagok beállításából következtetem, ez nagy sehol sem lehet), a kör 0 pontját, a mennyire azt a megerősítési csavar engedte, egyes észleletcsoportoknál más pontra helyeztem.

Még van egy elem, melynek esetleg befolyása lehet a mért zenittávoloakra, és ez a fonalrendszer parallel fonalainak hajlásszöge az egyenlítőhöz ; ezt λ Ursae minoris több beállításából és számos egyenlítői csillagon tett becslésből közel 1° -nak találtam. Az eredménynek bizonytalansága azonban a jelen méréseknél nem lesz befolyással, mert 3 kivétellel az alább közölt zenittávokok mind a középfonálnak mindkét oldalán tett beállításokból számítvák, melyekből tehát a fennebbi hiba kiesik. Különben is azon kedvezőtlen esetet véve fel — mely az észlelési sornál nem fordult elő — hogy az egyik beállítás a meridiántól $30''$ távolban, a másik pedig a középső fonalon történt és hogy a fennebbi adat $10'$ -ig hibás, a befolyás az eredményre a poláris csillag nagy declinatioja miatt nem tesz még ki $1''$ 0-et mint arról ez értékeknek a : $\cos \delta \sin t. d J$ képletbe való helyettesítés által meggyőződhetni.

A műszertől végre független a légköri sugártörés befolyása az észlelt zenittávoloakra. Minthogy ez úgy a direct, mint a reflectált kép észlelésénél is egész értékében számításba veendő, azért ennek meghatározására is kellő figyelemmel kell lenni. Ha a lehető pontosságot akarjuk elérni, tehát még az ivmásodperc századait is tekintetbe venni, mint ezt pl. nagy meridiánköröknél tehetjük, tulajdonkép a meteorologiai eszközöknek két rendszerét kellene felállítanunk ; mert mint Airy Greenwichben

tapasztalta és van de Sande Backhuyzen Königsbergre is kimutatta, a direct és reflectált észleletekből származtatott zenittávok különbségeket mutatnak, melyeket egyelőre csakis azzal lehetne magyarázni, hogy a sugártörés a műszer helyiségében különbözik attól, mely a külső légkörben van. De természetes, hogy ilyenmü különbségek megismerésére az ó-gyallai műszer kicsiny és azért teljesen elég a légkörnek az észlelő hely körüli átlagos állapotát ismernünk, különben is a direct és reflectált észlelések közepéből a refractio differenzia befolyása legnagyobb részt elimináltatik. Azért csak normál barometerünket a rajta levő hőmérővel olvastam le és egy a meridiánszoba éjszaki ablakán a műszer forgási tengelyével egy irányban olykép felállított hőmérőt, hogy annak 90° alatt görbült csövének egy része a higanyos golyóval a szabadban van, a felső és a skálát (R) tartalmazó része pedig a szobában, olvastam le. És pedig a direct-reflectált észleleteknél rendesen 4-szer, a délben eső direct észleleteknél 3-szor jegyeztetett fel, az említett meteorologiai eszközök állása és az így számított sugártörések minden egyes beállításhoz, megfelelően interpolálva, csatoltattak.

Mielőtt már most az észlelések eredményeit összeállítanám és az azokból levont földrajzi szélességet közölném, még az eredmény és componenseinek súlyáról akarok némit megjegyezni; mert tudvalevőleg, ha több észleleti adatunk van és azok nem egyenlő súlyúak, az arithmetikai középérték képezésénél e súlyokra tekintettel kell lennünk. Legczélszerűbbnek látszott minden zenittávnak annyi súlyt tulajdonítani, a hány beállításból lett összevonva, mert semmi külső ok nem vétethetett fel, melynek folytán az egyik vagy másik beállítás kevesebb hitelűnek állíttathatott volna. Mivel pedig a felső és alsó tetőzésnél nyert zenittávok összegének felét, a direct és reflectált kép észlelésénél a leolvasások különbségének felét kellett venni, azért ezen félösszegek, illetve félkülönbségek súlya: $\frac{q \cdot p p'}{p + p'}$ lesz, ha p és p' az egyes componensek súlyai, a mint ez a lineár függvények valószínű hibájának alakjából azonnal nyerhető. Természetes, hogy ott, hol valamely érték kétszer használtatik, pl. egyik felső tetőzés, ugy az előtte való, mint a reá következő alsó tetőzéssel köttetik össze, ennek az egyes esetben csak fele

súly tulajdonítható, nehogy az eredményre több befolyással legyen, mint a mennyi megilleti.

Közlöm már most a következőkben a tett körleolvasásokat; az első rovat adja az észlelés idejét, a második a tetőzést, a harmadik a zenittávokat, a negyedik pedig a beállítások számát.

Kelet		Tetőzés	Zenittáv			B. sz.	
1881			Kör keleten				
aug.	24	<i>F.</i>	40°	47'	56''81	3	direct
»	25	<i>A.</i>	43	26	55.21	3	»
»	»	<i>F.</i>	40	47	58.37	3	»
»	26	<i>A.</i>	43	26	56.19	3	»
»	»	<i>F.</i>	40	48	6.92	3	»
»	27	<i>A.</i>	43	26	53.37	2	»
»	»	<i>F.</i>	40	48	3.10	3	»
»	28	<i>A.</i>	43	26	58.30	3	»
»	29	<i>F.</i>	40	47	56.31	3	»
»	30	<i>A.</i>	43	26	55.39	3	»
»	31	<i>A.</i>	43	26	54.56	2	»
»	»	<i>F.</i>	40	47	57.39	4	»
szept.	5	<i>A.</i>	43	26	54.89	5	»
»	»	<i>F.</i>	139	11	51.02	4	reflect
»	»	»	40	48	4.00	3	direct
»	14	<i>F.</i>	139	11	51.00	4	reflect
»	»	»	40	48	10.91	3	direct
»	15	<i>A.</i>	43	26	51.80	5	»
»	16	<i>F.</i>	139	11	38.12	4	reflect
»	»	»	40	48	3.44	4	direct
»	18	<i>F.</i>	139	11	42.69	3	reflect
»	»	»	40	48	2.35	2	direct
»	19	<i>A.</i>	43	26	46.41	5	»
»	»	<i>F.</i>	40	48	4.58	1	»
			Kör nyugaton				
»	26	<i>F.</i>	139	11	47.80	4	reflect
»	»	»	40	48	20.70	3	direct
»	27	<i>F.</i>	139	11	45.36	4	reflect
»	»	»	40	48	17.97	3	direct
»	28	<i>F.</i>	139	11	38.50	4	reflect
»	»	»	40	48	13.82	3	direct
»	29	<i>A.</i>	43	26	39.54	4	direct
»	»	<i>F.</i>	139	11	37.67	4	reflect
»	»	»	40	48	14.12	3	direct

Hogy a második csoportban csak egy alsó tetőzés fordul elő, ez magyarázatát leli abban, hogy a légköri viszonyok már sokkal rosszabbak voltak mint augusztusban, míg tehát éjjel még lehetett is látni a csillagot, nappal a diffus fényben és páratelt levegőben már alig volt észlelhető.

Egy második megjegyzésem az, hogy ha e különféle zenit-távolságokat olyképen használjuk fel, hogy egyrészt az alsó és felső tetőzéseket kötjük össze, másrészt a direct és reflectált kép észleletének adatait, két eltérő földrajzi szélességet nyerünk. Leend u. is:

Alsó és felső tetőzésből:

φ	súly
47° 52' 33.99	4.00
33.21	3.00
32.72	3.00
28.45	3.00
29.85	2.40
31.76	2.40
29.48	4.00
34.15	6.00
34.03	5.32
30.55	4.62
28.64	4.62
35.62	2.86
34.51	2.86
33.32	3.42
33.17	3.42

Direct-reflect. észlelésből:

φ	súly
47° 52' 29.13	4.36
28.56	4.36
26.60	8.00
30.19	3.00
26.28	6.86
26.80	6.86
25.72	4.36
25.67	4.36

A súlyokra való tekintettel nyerjük az első csoportból

$$\varphi = 47^\circ 52' 32'' 32 \quad \text{súlya: } 54.90$$

a másodikból:

$$\varphi = 47^\circ 52' 27.11 \quad \text{»} \quad 42.16$$

Bár az eltérés a két érték közt nem nagyobb, mint a milyen az egyes csoportokban fordul elő, mégis — mivel a második csoport értékei általában kisebbek — szükségesnek látszott ez állandó eltérés okát keresni, hogy annak tekintetbe vételével származtassam a legvalószínűbb értékét φ -nek.

Nem nehéz kimutatni, hogy a földrajzi szélesség e két meghatározása közt egy, a műszertől függő állandó eltérésnek

kell lennie. Ha u. is felteszszük, hogy a mikroszkopok hibáinak befolyása mindkét esetben ugyanaz — ezt pedig itt joggal tehetjük, mert a csavaroknak majdnem mindig ugyanazon menetei jöttek alkalmazásba, akkor a leolvasott és a refractio miatt javított zenittávok még korántsem a valódiak, hanem azoktól még a nehézség hatása és az eszköznek a különféle hőfoknál történt változása folytán különböznek. Ha tehát ζ -nak nevezzük a valódi zenittávot, k -nak a körleolvasást és Z -nek a kör zenitpontját, f -nek a nehézség hatását a távcső vízszintes állásánál, g -nek annak függélyes állásánál, végre s -nek egy a hőmérsék- és osztási hibáktól függő állandót, akkor csak az első tagokra szorítkozva, ζ így fejezhető ki:

$$(A) \quad \zeta = k - Z + g + f \sin(k - Z) + g \cos(k - Z) + s \sin k,$$

mert világos, hogy a nehézség hatása a zenittávval változik, s befolyása pedig a körleolvasással.

Minthogy pedig a használt kör beosztása a declinatiók irányában halad a kör nyugati helyzeténél, azért rajta következők a leolvasások:

$$\text{kör nyugaton} \quad \begin{cases} \text{direct: } \zeta_1 = k - Z \\ \text{reflect: } 180 - \zeta_1 = k_1 - Z \end{cases}$$

$$\text{kör keleten} \quad \begin{cases} \text{direct: } 360^\circ - \zeta_1 = k_2 - Z \\ \text{reflect: } 180^\circ + \zeta_1 = k_3 - Z \end{cases}$$

ha a zenittávokat éjszakra positiveknek vesszük. Ha ez értékeket az (A) képletbe helyettesítjük és alább ζ -át írunk $(k - Z)$ helyett (mit itt minden érezhető hiba nélkül tehetünk) nyerjük:

$$(B) \quad \begin{array}{l} \text{Kör nyugaton} \quad \begin{cases} \text{direct: } \zeta = (k - Z) + g + f \sin \zeta + g \cos \zeta + s \sin k \\ \text{refl. } 180^\circ - \zeta = (k_1 - Z) + g + f \sin \zeta - g \cos \zeta + s \sin k_1 \end{cases} \\ \text{Kör keleten} \quad \begin{cases} \text{dir.: } 360^\circ - \zeta = (k_2 - Z) + g - f \sin \zeta + g \cos \zeta + s \sin k_2 \\ \text{refl. } 180^\circ - \zeta = (k_3 - Z) + g - f \sin \zeta - g \cos \zeta + s \sin k_3 \end{cases} \end{array}$$

Világos tehát, hogy ha a csillagot úgy directe mint reflectáltan észleltük és pedig a kör mindkét helyzetében, a nehézség hatása kiesik. Máskép áll azonban a dolog, ha egy alsó és felső tetőzést kapcsolunk össze. Alsó tetőzésnél $\zeta = \delta - \varphi$ helyébe lép: $\zeta' = 180 - (\delta + \varphi) = \zeta + 2\varphi$, tehát a leolvasás és állandók összefüggése ezzel:

$$\begin{aligned}
 & \text{Kör nyugaton direct} \left\{ \begin{aligned} 180^\circ - (\zeta + 2\varphi) &= (k' - Z) + g + f \sin (\zeta + 2\varphi) \\ &- g \cos (\zeta + 2\varphi) + s \sin k' \end{aligned} \right. \\
 (6) \quad & \text{Kör keleten direct} \left\{ \begin{aligned} 180^\circ + (\zeta + 2\varphi) &= (k'' - Z) + g - f \sin (\zeta + 2\varphi) \\ &- g \cos (\zeta + 2\varphi) + s \sin k'' \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Ennélfogva itt a kör egy helyzetében az alsó és felső tetőzésnél mért zenittávok főlösszegében nemcsak g marad benn egész értékében, hanem f is befolyással lesz. Igaz, hogy a direct reflectált észleletnél benn van a declinatio, mely az utóbbi esetben kiesett, de ez az elem ma már oly biztosan meghatározott, hogy bizonytalanságából eredő hiba a használt műszeren nem constatalható. De s befolyása a direkt-reflectált észleleteknél szintén elmarad, minthogy a megfelelő körleolvasások összegét — melynek pedig cosinusa fordulna elő — minden hiba nélkül 180° -nak vehetjük. De végre nem lehet elhallgatnom azon körülményt, hogy míg a felső tetőzéseknel a műszeren alkalmazott és a láttér, valamint noniusos mikroszkopok megvilágítására szolgáló lámpa határozottan birt a körre befolyással, ez az alsó tetőzéseknel természetesen elmaradt, mint-hogy azok nappal történtek. Indokolva van tehát egy állandó eltérés a direct-reflectált észleletek és az alsó-felső tetőzésből levont földrajzi szélességek közt. Természetes, hogyha hosszú időközön át, lehetőleg minden temperaturánál végezünk méréseket és körülbelül egyenlő számban a kör mindkét helyzetében, akkor ez a különbség nem fog feltűnni, a mennyiben a fennebbi egyenleteknek megfelelő egyesítéséből azon eredményre jutunk, hogy az ott felvett első tagok az $[f + s] \sin \delta \cos \varphi$ -nek kivételével, mely az alsó-felső tetőzéseknel megmarad, egy ugyanazon tetőzésnek úgy direct mint reflectált észleléséből, valamint a megfelelő ellenkező tetőzésnek észleletéből kiesnek; a felsőbb rendű tagok azonban ekkor is még okoznak állandó eltérést. A jelen észleletsoroknál fellépő nagyobb különbséget egyébiránt főkép annak kell tulajdonitanom, hogy a körnek nyugati helyzetében sokkal kevesebb észlelet történhetett és, hogy a kör maga a forgási tengelyre nem teljesen merőleges, mint erről az észlelet tartama alatt meggyőződtem. Azonban e hiba kutatásához kevés volna a közölt észleleti sor, másrészt az jelen céloimtól: egy az eddigi értéknél biztosabb adatot származ-

tatni le e fontos földrajzi állandóra nézve, igen messze vinne. Azért visszatérek e tárgyra, és a fenn közölt adatokból a legvalóbbszinű értéket fogom számítani, tekintettel az előbb tárgyalt befolyásokra. Erre nézve szükséges lesz, minden zenit-távolt egy tetőzésre reducálni, választom erre nézve az aug. 24-iki felső tetőzést, és a »Berliner Jahrbuch«-ból a declinatio-változások következő sorát veszem ki, illetve iktatom közbe:

1881. aug. 24. f. t.-től aug. 25. a. t.-ig	+0.13	szept. 5 a. t.-ig	+ 3.47
» » f. t. »	+0.25	» 5 f. t. »	+ 3.64
» 26. a. t. »	+0.38	» 14 f. t. »	+ 6.53
» » f. t. »	+0.51	» 15 a. t. »	+ 6.71
» 27. a. t. »	+0.64	» 16 f. t. »	+ 7.28
» » f. t. »	+0.77	» 18 f. t. »	+ 8.04
» 28. a. t. »	+0.90	» 19 a. t. »	+ 8.22
» 29. f. t. »	+1.29	» » f. t. »	+ 8.40
» 30. a. t. »	+1.44	» 26 f. t. »	+10.75
» 31. a. t. »	+1.74	» 27 f. t. »	+11.12
» » f. t. »	+1.90	» 28 f. t. »	+11.50
		» 29 a. t. »	+11.70
		» » f. t. »	+11.91

A feltéti egyenletek akkor a következők lesznek:

1. a direct-reflectált észleletekből:

90 — $\delta + \varphi = 49^{\circ} 11' 57'' 15 + 0.7570 g$	}	Kör keleten
» 56.58 »		
» 54.62 »		
» 58.21 »		
» 55.30 — 0.7570 g	}	Kör nyugaton
» 54.82 »		
» 53.84 »		
» 53.48 »		

2. alsó és felső-tetőzésekből:

90 — $\varphi = 42^{\circ} 7' 26.'' 07 - 1.7415 g + 0.6706$	}	Kör keleten
» 26.72 »		
» 27.34 »		
» 31.48 »		
» 30.21 »		
» 28.18 »		
» 30.58 »		

$$\begin{array}{rcll}
 90 - \varphi = 42^\circ 7' 25''.92 - 1.7415 g + 0.6706 f'' & & & \\
 \gg 25.89 & \gg & & \\
 \gg 29.37 & \gg & & \\
 \gg 31.44 & \gg & & \\
 \gg 24.47 & \gg & & \\
 \gg 25.40 & \gg & & \\
 \gg 26.78 + 1.7415 g + 0.6706 f'' & & & \\
 \gg 26.73 & \gg & &
 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 90 - \varphi \\ \gg \\ \gg \\ \gg \\ \gg \\ \gg \\ \gg \\ \gg \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \text{Kör keleten} \\ \\ \text{Kör nyugaton} \end{array}$$

Ez egyenletek csak a közölt számbeli értékek helyettesítése által nyertettek a következő és B, illetve C egyenletekből könnyen nyerhető alakokba:

$$\text{Kör keleten: } 90 - \delta + \varphi = \frac{1}{2} \{ \text{dir.} - \text{refl.} \} + g \cos \zeta$$

$$\text{Kör nyugat: } 90^\circ - \delta + \varphi = \frac{1}{2} \{ \text{refl.} - \text{dir.} \} - g \cos \zeta$$

$$\text{Kör kel.: } 90 - \varphi = \frac{1}{2} (\text{al.} + \text{fel.}) - g [1 + \sin \delta \sin \varphi] + f' \sin \delta \cos \varphi$$

$$\gg \text{nyug.: } 90 - \varphi = \frac{1}{2} (\text{al.} + \text{fel.}) + g [1 + \sin \delta \sin \varphi] + f' \sin \delta \cos \varphi,$$

hol f' tétetett ($f+s$) helyett, minthogy e két állandó itt nem lesz elválasztható és hol $\delta = 88^\circ 40' 31'' 98$ -al (mint a mely érték az aug. 24-iki felső tetőzésre érvényes) és $\varphi = 47^\circ 52' 30''$ -el számítottak a szorzók; azonkívül az előbb felírt declinatio-változások alkalmaztattak. Ha φ helyébe most $47^\circ 52' 30'' + \triangle \varphi$ helyettesítünk, úgy szintén δ említett értékét és egyszersmind az egy csoport alá tartozó egyenleteket, tekintettel az előbb felírt súlyokra összevonjuk, a három ismeretlen meghatározására a következő 4 egyenletet nyerjük:

	sulya
$\triangle \varphi - 0,7570 g$	$= - 1.86 \quad 19.72$
$\triangle \varphi + 0,7570 g$	$= - 3.50 \quad 22.44$
$-\triangle \varphi + 1,7415 g - 0,6706 f''$	$= - 2.01 \quad 48.08$
$-\triangle \varphi - 1,7415 g - 0,6706 f''$	$= - 3.24 \quad 6.84$

Ez egyenletekből a legkisebb négyzetek módszerével a köv. normál egyenleteket kaptam, tekintettel lévén a súlyokra is:

$$\begin{array}{rcl}
 97.0805 \triangle \varphi - 69.7612 g + 36.8284 f'' & = & + 3.5820 \\
 - 69.7612 \triangle \varphi + 190.7257 g - 48.1618 f'' & = & - 161.3969 \\
 + 36.8184 \triangle \varphi - 48.1618 g + 24.6969 f'' & = & + 79.6650
 \end{array}$$

Ezeknek feloldása az ismeretleneknek a következő értékeit szolgáltatja:

$$\triangle \varphi = - 2'' 732, g = - 0''.005, f'' = + 7'' 29$$

a megfelelő súlyok 42, 02 ; 97.09 és 7.37. Ennélfogva σ -nek legvalószínűbb értéke gyanánt a közölt észleletsorból nyerjük: **47° 52' 27." 27.**

Hogy ez eredménynek valószínű hibájáról tájékozottságot szerezzek, az ismeretleneknek fenn közölt értékeit behelyettesíttem a 23 feltéti egyenletbe és így nyertem a következő hibasorozatot :

— 1,86	}	a fent kitett súlyokkal
— 1,29		
+ 0,67		
— 2,92		
+ 0,01		
+ 0,47		
+ 1,45		
+ 1,81		
+ 1,78		
+ 1,13		
— 0,49		
— 3,63		
— 2,36		
— 0,33		
— 2,73		
+ 1,93		
+ 1,76		
— 2,78		
— 3,59		
+ 3,38		
+ 2,45		
+ 1,07		
+ 1,12		

Bár már e hibasorozat is mutatja, hogy a használt képletek nem meritik ki az észlelés adatait, mert e hibák némelyike túlhaladja a maradt állandó tagokat, mégis nincs oly törvényszerű eltérés egyik vagy másik irányban, hogy ne lehetne azokat mint esetleges észlelési hibákat tekinteni. E feltét mellett képezve a hibanégyzetek szorzatait a megfelelő súlyokkal, ezek összegére nyerjük: 302,8706 és innen egy észlelési adat vár-

ható hibáját: $\pm 3''89$, valószínű hibáját pedig: $\pm 2''62$ -nek kapjuk. A megfelelő súlyok négyzetgyökeivel osztva, kapjuk:

$$\begin{array}{rcl} \Delta \varphi \text{ valószínű hibáját} & \pm & 0''40 \\ g & \gg & \pm 0''26 \\ f & \gg & \pm 0''96\text{-nek,} \end{array}$$

miből tehát kitűnik, hogy főképp g -nek meghatározása lesz ily módon nagyon bizonytalan, mi különben a heterogen észleletek egyesítése miatt nem csodálandó. $\Delta \varphi$ hibája azonban értékének $\frac{1}{7}$ -ét téve, ez ismeretlennél a hibát reell értéknek tekinthetjük és így φ fennebbi értékét mint a valósághoz mindenesetre közelebb állót, az előbbi helyett elfogadhatjuk, legalább is addig, míg a Starke-féle kör némely correctiók és ujitások folytán nem fog pontosabb eredményeket adni. Megjegyzem még, hogy a φ -re talált eredmény majdnem teljesen egyezik a direct-reflectált észleletekből nyerttel, a mi szintén realitása mellett bizonyít, minthogy bizonyos, hogy ez észlelési mód jóval több biztosságot szolgáltat, mint az alsó-felső tetőzések összekapcsolása. Különben a fenn közölt — javítás nélküli — értékek sorából is kitűnik, hogy az utóbbi módon nyert értékek sokkal nagyobb eltéréseket mutatnak egymás közt mint az előbbieik.

Álljon még itt a földrajzi állandók egész rendszere, melyet ezentúl az ó-gyallai csillagvizsgálóra használnunk kell.

$$\text{Földrajzi szélesség} = + 47^{\circ} 52' 27''3$$

$$\gg \text{hosszaság} = - 0^h 19^m 10^s 69 \text{ Berlinton}$$

Csillagidő a középső délben kevesebb

$$\text{csillagidő a berl. köz. délben} = - 3''15$$

$$\text{Földközponthi szélesség} = + 47^{\circ} 40' 59''9$$

$$\text{Logarith. a középpontól}$$

$$\text{való távolnak}$$

$$= 9.999202$$

a földnek Bessel által meghatározott méretei alapján

El nem mulaszthatom végül Konkoly Miklós urnak szíveségéért, melylyel nekem a műszert átengedte és munkálkodásom alatti támogatásáért e helyen is őszinte köszönetemet nyilvánítani.

Negyedik kötet.

- I. Schulhof Lipót. Az 1870. IV. sz. Űstökös definitiv pályaszámítása 10 kr.
- II. Schulhof Lipót. Az 1871. II. sz. Űstökös definitiv pályaszámítása. 10 kr.
- III. Szily Kálmán. A hő elmélet második főtétele, levezetve az elsőből. 10 kr.
- IV. Konkoly Miklós. Csillagászati megfigyeléseim 1874 és 1875-ben. 50 kr.
- V. Konkoly Miklós. Napfoltok megfigyelése az ó-gyallai csillagdában 40 kr.
- VI. Hunyady Jenő. A kúpszeléten fekvő hat pont feltételi egyenletének különböző alakjairól 20 kr.
- VII. Réthy Mór. A három méretű homogén tér (u. n. nem euklidikus) síktan trigonometriája. 20 kr.
- VIII. Réthy Mór. A propeller és peripeller felületek elméletéhez. 30 kr.
- IX. Fest Vilmos. Temesi Reitter Ferencz emléke 10 kr.

Ötödik kötet.

- I. Kondor Gusztáv. Emlékbeszéd Nagy Károly r. tag felett. 10 kr.
- II. Kenessey Albert. Adatok folyóink vizrajzi ismeretéhez 20 kr.
- III. Dr. Hoitsy Pál. Csillag-észlelés a kelet-nyugot vonalban (egy számtáblával). 30 kr.
- IV. Hunyady Jenő. A kúpszeléten fekvő hat pont feltételi egyenletének különböző alakjairól. (Folytatás a IV. kötetben ugyane czim alatt megjelent értekezésnek). 10 kr.
- V. Hunyady Jenő. Apollonius feladata a gömbfelületen 10 kr.
- VI. Dr. Gruber Lajos. 24η Cassiopeiae kettős csillag mozgásáról 10 kr.
- VII. Martin Lajos. A változtatási hánylat alkalmazása a propeller-felület egyenletének lefejtésére. 20 kr.
- VIII. Konkoly Miklós. A teljes holdfogyatkozás 1877. február 27-én és az 1877. (Borelli) I. számú űstökös szinképének megfigyelése az ó-gyallai csillagdán. 10 kr.
- IX. Konkoly Miklós. A napfoltok s a nap felületének kinézése 1876-ban (három képtáblával). 40 kr.
- X. Konkoly Miklós. 160 álló csillag szinképe. Megfigyeltetett az ó-gyallai csillagdán 1876-ban 20 kr.

Hatodik kötet.

- I. Konkoly Miklós. Hulló csillagok megfigyelése a magyar korona területén. I. rész. 1871—1873. Ára 20 kr.
- II. Konkoly Miklós. Hulló csillagok megfigyelése a magyar korona területén. II. rész. 1874—1876. Ára 20 kr.
- III. Az 1874. V. (Borelli-féle) Űstökös definitiv pályaszámítása. Közlök dr. Gruber Lajos és Kurländer Ignác kir. observatorok. 10 kr.
- IV. Schenzl Guido. Lehajlás meghatározások Budapesten és Magyarországon délkeleti részében. 20 kr.
- V. Gruber Lajos. A november-havi hullócsillagokról 20 kr.
- VI. Konkoly Miklós. Hulló csillagok megfigyelése a magyar korona területén 1877-ik évben. III. Rész. Ára 20 kr.
- VII. Konkoly Miklós. A napfoltok és a napfelületének kinézése 1877-ben. Ára 20 kr.
- VIII. Konkoly Miklós. Mercur átvonulása a nap előtt. Megfigyeltetett az ó-gyallai csillagdán 1878. május 6-án 10 kr.

Hetedik kötet.

- I. Konkoly Miklós. Mars felületének megfigyelése az ó-gyallai csillagdán az 1877-iki oppositio után. Egy táblával. 10 kr.
- II. Konkoly Miklós. Álló csillagok szinképének mappirozása. 10 kr.
- III. Konkoly Miklós. Hullócsillagok megfigyelése a magyar korona területén 1878-ban. IV. rész. Ára 10 kr.
- IV. Konkoly Miklós. A nap felületének megfigyelése 1878-ban az ó-gyallai csillagdán. 10 kr.
- VI. Hunyady Jenő. A Möbius-féle kritériumokról a kúpszeletek elméletében. 10 kr.
- VII. Konkoly Miklós. Spectroscopicus megfigyelések az ó-gyallai csillagvizsgálón 10 kr.
- VIII. Dr. Weinek László. Az instrumentális fényhajlás szerepe egy Vénus-átvonulás photographiai felvételénél 20 kr.
- IX. Suppan Vilmos. Kúp- és hengerfelületek önálló ferde vetítésben. (Két táblával.) 10 kr.
- X. Dr. Konek Sándor. Emlékezés Wéninger Vincze l. t. fölött. 10 kr.
- XI. Konkoly Miklós. Hullócsillagok megfigyelése a magyar korona területén 1879-ben. 10 kr.
- XII. Konkoly Miklós. Hullócsillagok radiatio pontjai, levezetve a magyar korona területén tett megfigyelésekből 1871—1878 végéig 20 kr.
- XIII. Konkoly Miklós. Napfoltok megfigyelése az ó-gyallai csillagvizsgálón 1879-ben. (Egy tábla rajzzal.) 20 kr.
- XIV. Konkoly Miklós. Adatok Jupiter és Mars physikájához. 1879. (Három tábla rajzzal.) 30 kr.
- XV. Réthy Mór. A fény törése és visszaverése homogén isotrop átlátszó testek határán. Neumann módszerének általánosításával és bővítésével. (Székf. ért.) 10 kr.
- XVI. Réthy Mór. A sarkított fényrengés elhajlító rács által való forgatásának magyarázata, különös tekintettel Fröhlich észleteire. 10 kr.
- XVII. Szily Kálmán. A telített gőz nyomásának törvényéről. 10 kr.
- XVIII. Hunyady Jenő. Másodfoku görbék és felületek meghatározásáról. 20 kr.
- XIX. Hunyady Jenő. Tételek azon determinánsokról, melyek elemei adjungált rendszerek elemeiből vannak componálva. 20 kr.
- XX. Dr. Fröhlich Izor. Az állandó elektromos áramlások elméletéhez. 10 kr.
- XXI. Hunyady Jenő. Tételek a componált determinánsoknak egy különös neméről. 10 kr.
- XXII. König Gyula. A raczionális függvények általános elméletéhez. 10 kr.
- XXIII. Silberstein Salamon. Vonalgometria tanulmányok 20 kr.
- XXIV. Hunyady János. A Steiner-féle kritériumról a kúpszeletek elméletében. 10 kr.
- XXV. Hunyady Jenő. A pontokból vagy érintőkből és a conjugált háromszögből meghatározott kúpszelet nemének eldöntésére szolgáló kritériumok. 10 kr.